EXAMENSARBETE INOM TEKNIK,
GRUNDNIVÅ, 15 HP
STOCKHOLM, SVERIGE 2016

Lageroptimering

Minimera tiden till leverans med begränsat lagerutrymme

MARCUS AHLBERG

JIMMY LILJA

KTH
SKOLAN FÖR TEKNIKVETENSKAP

Lageroptimering

Minimera tiden till leverans med begränsat lagerutrymme

MARCUS AHLBERG
JIMMY LILJA

Examensarbete inom teknik: Tillämpad matematik och industriell ekonomi (15 hp)
Civilingenjörsutbildning i industriell ekonomi (300 hp)
Kungliga Tekniska högskolan 2016
Handledare på KTH: Per Enqvist, Jonatan Freilich
Examinator: Henrik Hult

TRITA-MAT-K 2016:39
ISRN-KTH/MAT/K--16/39--SE

Royal Institute of Technology
SCI School of Engineering Sciences

KTH SCI
SE-100 44 Stockholm, Sweden

URL: www.kth.se/sci

Abstract

This thesis presents a study in mathematical optimization of the inventory routine at the company Aktiebolaget Kronborsten. The thesis establish a general optimization problem identified at Kronborstens inventory routine. The identified problem is to find the optimal mix between products in the finished goods inventory, which minimizes the expected time until delivery.

The proposed model assumes that orders and manufacturing follow a stochastic process. With these assumptions the inventory and manufacturing are represented as several independent markov processes. From the stationary distribution of these processes a function was identified for the expected time until delivery for a given solution. The identified function had convex properties which made it possible to solve the optimization problem using the marginal allocation algorithm.

The mathematical problem is followed by a chapter about the costs related to storage. The purpose of this chapter is to help Kronborsten to valuate their options and consequences of strategical decisions about the inventory levels.

Sammanfattning

Denna rapport är ett resultat av en studie i matematisk optimering av lagerhållningen hos städproduktstillverkaren Aktiebolaget Kronborsten. Rapporten utgår från ett allmänt matematisk optimeringsproblem identifierat hos Kronborstens lagerhållning. Problemet grundar sig i att bestämma den optimala lagermixen som Kronborsten bör ha i sitt färdigvarulager för att minimera tiden till leverans. En allmän matematisk modell presenteras vars syfte är att representera ett lagersystem som efterliknar Kronborstens. Den tillämpas sedan med hjälp av historisk data på Kronborstens lager. Utifrån denna modell presenteras den optimala lösningen till det ursprungliga optimeringsproblemet.

Den föreslagna modellen antar att ordrar och tillverkning följer en stokastisk process. Med detta antagande kan lagret och tillverkningen ses som flera oberoende markovprocesser där alla processer har egenskaper som en födelse-dödsprocess. Den förväntade tiden till leverans kunde sedan uppskattas genom ett viktat medelvärde utifrån processernas stationära fördelningar. Den förväntade tiden till leverans hade konvexa egenskaper över optimeringsproblemets tillåtna område vilket möjliggjorde att den marginella allokeringsmetoden kunde användas som lösningsmetod. Med hjälp av denna algoritm hittades en optimal lösning. Det matematiska resultatet följs sedan upp med ett avsnitt om lagerstyrning och lagerhållningsränta i syfte att skapa en förståelse för vad ett strategiskt beslut angående lagerhållningen skulle innebär för Kronborsten.

Förord

Denna rapport är en kandidatuppsats skriven under första halvåret av 2016 vid Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm. Under arbetets gång har vi fått hjälp av flera personer som vi vill rikta ett stort tack till.

Våra handledare, Per Enqvist och Jonathan Freilich, för all hjälp med idéer om sätt att angripa problemet och den viktiga feedbacken under arbetets gång. Ett stort tack riktas även till Kronborstens ledning som har gett information och data kring deras verksamhet, utan er hade vi inte kunnat testa vår matematiska modell på ett realistiskt sätt. Vi hoppas att denna rapport hjälper er i ert framtida arbete.

Jimmy Lilja & Marcus Ahlberg

Innehåll

Kapitel 1

Inledning

1.1 Bakgrund

Aktiebolaget Kronborsten (nedan kallat ”Kronborsten”) är en tillverkare och distributör av städprodukter. Företaget startades år 1871 och hette då Stockholms Borstbinderi AB. Tillverkningen har sedan dess skett i Sverige. Idag har de en fabrik i Vinslöv i Skåne där de tillverkar alla sina egentillverkade produkter. Produkterna som står för den största omsättningen är diskborstar, WC-ställ och sopset. De största kunderna är daglivaruhandlare i Norden. Kronborsten omsatte cirka 50 MSEK räkneskapsåret 2014.

1.2 Kronborstens produktion

Den här delen av rapporten beskriver produktionen i Kronborstens fabrik i syfte att ge en förståelse för innehållet i rapporten.

De flesta av Kronborstens produkter är plastbaserade. Plast levereras i form av små korn som placeras i en stor silo. Silon fylls på i genomsnitt två gånger per år. För att göra en borste från dessa korn krävs det att ett skaft formas och stansas.

Skaftet formas genom att de små plastkornen smälts i en plastmaskin. Kronborsten har fyra moderna plastmaskiner. Varje enskild maskinerna kan göra skaften till alla produkter. Kapaciteten för maskinerna är väldigt hög jämfört med kapaciteten för stansningsmaskinerna. Maskinerna är generiska och det krävs endast ett byte av en mindre del i maskinen för att tillverka skaft avsedda för en annan produkt. Plastmaskinerna kan användas utan uppsyn från någon operatör, vilket gör att de används även nattetid.

Maskinerna som stansar skaften är produktgruppsspecifika och är därför inte lika generiska som plastmaskinerna. En produktgrupp är en samling produkter som endast har en mindre skillnad sinsemellan. Skillnaden kan vara hur de förpackas eller hur utformningen av skaftet ser ut. Gemensamt för alla produkter är dock tekniken bakom stansningsprocessen. Det som sker när ett skaft stansas är att flera hål borras där borsten ska placeras. Borsten viks sedan på mitten och trycks fast i det borrade hålet. Borsten hålls på plats med hjälp av ståltråd. Borsten och ståltråden köper Kronborsten från externa leverantörer.

En del maskiner har automatisk påfyllning av borst och skaft medan andra kräver att maskinens operatör förser maskinen med detta manuellt. Nedan beskrivs produktionslinjerna för de tre största produktgrupperna.

Diskborstar görs i sex stycken olika maskiner av olika tillverkare och årsmodell, men paketeras av en och samma robot. Denna produktionslina är igång i genomsnitt 14,5 timmar per dag och kräver minst en operatör. Då många maskiner är äldre i denna produktionslinje drabbas ibland någon av driftstörningar. Detta gör att produktionskapaciteten kan variera mellan timmarna. Roboten paketerar diskborstarna automatiskt på en pall vilket gör att en pall produceras åt gången.

Produktionslinjen som tillverkar WC-ställ har två maskiner som båda kräver manuell inmatning av skaft och borst. Borstarna paketeras manuellt av samma operatör som sköter de båda maskinerna. Operatören paketerar en pall åt gången.

Ett sopset består av tre olika delar, skyffelhuvud, skaft och borste. Produktionslinjen har därför flera olika maskiner med relativt hög kapacitet. En av varje del paketeras manuellt i en förpackning. Detta är en tidskrävande process och är flaskhalsen i denna produktionslinje. Denna produktionslinje producerar en pall åt gången.

1.3 Problemidentifiering

Kronborsten har ett begränsat lager och det finns ej den plats i färdigvarulagret som de hade önskat. Det finns inte heller någon definerad strategi för hur fördelningen av pallplatserna ska göras mellan produkterna. Avsaknaden av strategi medför problem med att tiden till leverans i vissa fall blir längre än nödvändigt. Problemet grundar sig i att produkter de säljer lite av tar upp stor plats av lagret vilket gör att de ej har plats för andra produkter som säljs mer. Då färdigvarulagret är fullt men ordrar för andra produkter väntar på att bli levererade tvingas Kronborsten använda andra fabriksytor för förvaring vilket skapar oreda i fabriken. Att ha fel lagermix av produkter ger också en högre kapitalbindning än nödvändigt.

Kronborsten önskar att arbeta enligt grundstrategin att ha ett bestämt antal pallplatser för varje produkt i färdigvarulagret. När en order ankommer tas produkterna ifrån färdigvarulagret samtidigt som det läggs en produktionsorder på samma antal produkter. Finns det ej produkter i färdigvarulagret tvingas orden vänta tills en ny pall är tillverkad. Kronborsten har valt denna strategi för att de har ett eget lager och en oförbrukad lagerplats ej minskar några fasta kostnader utan endast lagerhållningens särkostnader.

1.4 Syfte

Syftet med denna rapport är att ta fram en optimerad lagerstrategi för Kronborsten anpassad till storleken på deras färdigvarulagret. Frågeställningen är således:

- Hur ska Kronborsten använda sitt färdigvarulager för att minimera den genomsnittliga tiden till leverans?

Där den genomsnittliga tiden till leverans är det viktade artimetiska medelvärdet för tiden till leverans viktat på efterfrågan för de olika produkterna.

1.5 Avgränsningar

Kronborsten har över 400 olika artiklar. En artikel kan vara identisk med en annan men med en annan färg eller förpackning. En del artiklar säljs endast någon gång per år och artiklarna kan utgå efter en säsong då exempelvis färger förändras. Kronborsten tillverkar inte alla artiklar själva utan fungerar som grossist för många av sina artiklar. En strategi för hela färdigvarulaget med avseende på alla artiklar är ett väldigt komplext problem. Strategin som denna rapport syftar att ta fram är därför avgränsad till fördelningen mellan de tre största produktgrupperna diskborstar, sopset och WC-ställ. Detta är en rimlig avgränsning då produktionslinjerna för dessa produktgrupperna alltid är tillgängliga och körs dagligen. Många av de andra produktionslinjer används oregelbundet och gör artiklar som endast har ett fåtal olika kunder under ett år.

Då Kronborsten har både större och mindre kunder varierar orderstorleken mycket. Då det identifierade problemet påverkar Kronborstens relation till de större kunderna till största del eftersom de är mer måna om tiden till levererans, defineras en order som en beställning av en pall ur en av de ovan nämnda produktgrupperna. Med andra ord görs avgränsningen att en order alltid avser en artikel och är alltid av storleken en pall.

Då denna rapport syftar till att optimera färdigvarulagret antas allt råmaterial och annat nödvändigt för att tillverka de färdiga varorna alltid vara tillgängligt. Det vill säga att Kronborsten kan hålla en konstant produktionstakt på produktionslinjerna utan att ta hänsyn till något mellanlager eller råvarulager. Detta är en rimlig avgränsning att göra då plastavdelningen högre har kapacitet än produktionslinjerna.

1.6 Matematisk problemformulering

För att kunna definera problemformuleringen matematiskt införs nedanstående beteckningar. Där $\mathbb{N}$ betecknar de positiva heltalen.

Variabel	$\in$	Förklaring
N	$\mathbb{N}$	Antalet produktgrupper
$\bar{c}(t)$	$\mathbb{R}^N$	Vikten i medelvärdet för de olika produktgrupperna vid tiden t
θ	$\mathbb{R}^N$	Antal reserverade pallplatser för de olika produktgrupperna i lagret
$\bar{w}(t, \bar{\theta})$	$\mathbb{R}^N$	Tiden till leverans för de olika produktgrupperna vid tiden t
S	$\mathbb{N}$	Totalt antal pallplatser i lagret

Tabell 1.1: Införda variabler

Optimeringsproblemet kan med dessa beteckningar beskrivas allmänt enligt: Minimera:

$$\lim_{t \to \infty} \bar{c}(t) \cdot \bar{w}(t, \bar{\theta}) \tag{1.1}$$

Med avseende på:

$$\sum_{i=1}^{N} \theta_i \leq S \tag{1.2}$$

Kapitel 2

Matematisk bakgrund

Den här delen ger en kortare introduktion och definitioner till de mest väsentliga matematiska begrepp som används i denna rapport.

2.1 Markovprocess

En stokastisk process beskriver tillståndet hos ett system där händelserna som påverkar systemets tillstånd sker slumpmässigt. En markovprocess är en speciell typ av stokastisk process där tillstånden beror på en kontinuerlig parameter (oftast tid i praktiken) och processen innehar markovegenskapen. Markovegenskapen defineras som att nästkommande tillstånd som processen hamnar i, endast är beroende av det nuvarande tillståndet (Norris 1997). En mer formell definition av detta ges nedan:

En stokastisk process $\{X(t)\}$ är en familj av stokastiska variabler $X(t)$, där t varierar över en godtycklig indexmängd T. Utfallen av $X(t)$ för alla $t \in T$ kallas processens tillståndsrum I där $i \in I$ kallas ett tillstånd (Howard och Samuel 1998).

En markovprocess är en stokastisk process $\{X(t)\}$ med en kontinuerlig indexmängd T som uppfyller markovegenskapen

$$P(X(t_{n+1}) = i_{n+1}|X(t_n) = i_n, X(t_{n-1}) = i_{n-1}, ..., X(t_0) = i_0) =$$
$$= P(X(t_{n+1}) = i_{n+1}|X(t_n) = i_n) \tag{2.1}$$

för alla n, alla $0 \leq t_0 < t_1 < .. < t_{n+1} \in T$ och alla $i_0, i_1, ..., i_{n+1} \in I$.

En markovprocess har en intensitetsmatris med övergångsintensiteten $q_{i,j}$ mellan tillstånd i till j för systemet, som element i rad i och kolumn j (Enger och Grandell 2014).

En markovprocess kan ha en stationär fördelning $\bar{\pi}$, vilket betyder att efter lång tid ($t \to \infty$) vid ett godtyckligt tillfälle befinner sig processen i tillstånd k med sannolikheten π_k.

2.2 Poissonfördelning

Poissonfördelningen beskriver okordinerade diskreta ankomster under kontinuerlig tid. En diskret stokastisk variabel X sägs följa en poissonfördelning med parametern $\lambda > 0$ om

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \tag{2.2}$$

för $k = 0, 1, ..$
(Norris 2007).

2.3 Poissonprocess

En stokastisk process $\{N(t); t \geq 0\}$ defineras som en poissonprocess med intensiteten λ om det är en markovprocess där $N(0) = 0$ och har övergångsintensiteterna

$$q_{i,j} = \begin{cases} \lambda, & j = i + 1 \\ -\lambda, & j = i \\ 0, & \text{annars} \end{cases} \tag{2.3}$$

(Enger och Grandell 2014).

2.4 Födelse-döds-process

En födelse-döds-process är en stokastisk process som har ett tillstånd i som motsvarar antalet individer i systemet. En individ föds i tillstånd i med födelseintensiteten λ_i och dör med dödsintensiteten μ_i.

Hur processen beter sig beror på kvoten mellan födelseintensiteterna och dödsintensiteterna. Låt $\rho_0 = 1$ och $\rho_k = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{k-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_k}$. En födelse-döds-process har en stationär fördelning om och endast om

$$\sum_{k=0}^{\infty} \rho_k \tag{2.4}$$

konvergerar och

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k \rho_k} \tag{2.5}$$

divergerar. Den stationära fördelningen $\bar{\pi}$ ges i dessa fall av

$$\pi_k = \frac{\rho_k}{\sum_{i=0}^{\infty} \rho_i} \tag{2.6}$$

(Enger och Grandell 2014).

2.5 M/M/1-kö

En $M/M/1$-kö är en matematisk modell för att beskriva en kö med kunder till en kassa. Den förutsätter att kunderna kommer slumpvis enligt en poissionprocess och att betjäningstiden är slumpartad och olika mellan kunderna. Om någon redan betjänas när en kund anländer ställer sig kunden sist i kön. Sedan betjänas kön med en kund i taget i ordning.

Matematiskt beskrivs det som en födelse-döds-process med ankomstintensitet λ och exponentialfördelad betjäningstid med väntevärdet $\frac{1}{\mu}$ oavsett tillstånd. Om processen har en stationär fördelning är den förväntade tiden i systemet w för en godtycklig kund efter lång tid följande:

$$w = \frac{1}{\mu(1 - \frac{\lambda}{\mu})} \tag{2.7}$$

(Enger och Grandell 2014).

2.6 Optimering

Optimering handlar om att lösa ett problem på bästa sätt genom att bestämma värden på variabler med målet att maximera eller minimera en målfunktion. Problemet kan vara obegränsat, det vill säga att alla värden på variablerna är tillåtna. Det kan också vara begränsat och då är endast vissa värden tillåtna, vilket kallas det tillåtna området. Formellt definieras ett optimeringsproblem som:

Minimera

$$f(\bar{x})$$

Med avseende på

$$h_i(\bar{x}) = 0,\ i = 1, 2, ..., m$$
$$g_j(\bar{x}) \leq 0,\ j = 1, 2, ..., n$$
$$\bar{x} \in S$$

Där f är målfunktionen, $\bar{x}$ är en vektor med obekanta variabler, h_i och g_j är reellvärd funktioner för $i = 1, 2, ..., m$ respektive $j = 1, 2, ..., n$. (Luenberger och Ye 2008).

2.7 Optimal lösning

En optimal lösning är en lösning som löser ett optimeringsproblem. Det finns två typer av optimala lösningar, lokalt minimum och globalt minimum. Formellt defineras ett globalt minimum som en lösning $\bar{x}_*$ till funktionen f i S som uppfyller

$$f(\bar{x}_*) \leq f(\bar{x}) \tag{2.8}$$

för alla $\bar{x} \in S$.

Ett lokalt minimum defineras som en lösning $\bar{x}_*$ till funktionen f i S som uppfyller

$$f(\bar{x}_*) \leq f(\bar{x}) \tag{2.9}$$

för alla $\bar{x}$ sådana att $||\bar{x} - \bar{x}_*|| < \epsilon$ där ϵ är ett litet godtyckligt positivt tal (Griva, Nash och Sofer 1999).

2.8 Konvexitet

En konvex funktion har speciella egenskaper i optimeringssammanhang. En konvex mängd S defineras enligt

$$\alpha x + (1-\alpha)y \in S \tag{2.10}$$

för alla $\alpha \in [0,1]$, där x och y är två godtyckliga element i S.

En funktion f sägs vara konvex över en konvex mängd S om

$$f(\alpha x + (1-\alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1-\alpha)f(y) \tag{2.11}$$

för alla $\alpha \in [0,1]$ och för alla x, $y \in S$.

Det går att bevisa att ett lokalt minimum till ett optimeringsproblem med konvex målfunktion även är ett globalt minimum till optimeringsproblemet (Griva, Nash och Sofer 1999).

2.8.1 Heltals-konvexitet

Ovanstående går inte alltid att tillämpa på generella funktioner. Ofta i optimeringssammanhang dyker funktioner som endast är definerade över en mängd heltal då $S \in \mathbb{N}$. Låt

$$\Delta f(x) = f(x+1) - f(x) \tag{2.12}$$

för alla $x \in S$. En funktion f är heltals-konvex om

$$\Delta f(x+1) \geq \Delta f(x) \tag{2.13}$$

för alla $x \in S$ (Svanberg och Enqvist 2007).

2.9 Marginella allokeringsalgoritmen

Marginella allokeringsalgoritmen är en algoritm för att lösa optimeringsproblem där målfunktionen f är en separabel, heltals-konvex, avtagande funktion och begränsningen är given av en separabel, heltals-konvex, växande funktion g. Funktionerna g och f måste bero på N okända variabler och kunna bli separerade på ett sådant sätt att alla de okända variablerna x_j har två funktioner $f_j(x_j)$ samt $g_j(x_j)$ som endast beror på den okända variabel x_j.

En funktion f är separabel om den kan uttryckas enligt

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \tag{2.14}$$

där $j = 1, 2, ..., n$. En separabel funktion är heltals-konvex om f_j är heltalskonvext för alla $j = 1, 2, ..., n$.

Algoritmen utgår ifrån den optimala lösningen $\bar{x}^{(0)} = \bar{0}$ till delproblemet med begränsningen $g(\bar{x}) \leq g(\bar{0})$. Algoritmen fungerar enligt följande:

- Steg 0
  Skapa en tabell med N-kolumner och godtyckligt antal rader. Låt alla element vara $-\frac{\Delta f_j(r)}{\Delta g_j(r)}$ där r är elementets rad substraherat med ett och j är kolumnen.
- Steg 1
  Ta det största ej raderade elementet och radera detta. Om flera element är lika stora välj ett godtyckligt av dessa. Låt c vara elementets kolumn.
- Steg 2
  Definera $k := k + 1$. $\bar{x}^{(k)}$ fås genom

$$x_j^{(k)} = \begin{cases} x_j^{(k-1)} + 1, & j = c \\ x_j^{(k-1)}, & j \neq c \end{cases} \tag{2.15}$$

  för alla $j = 1, 2, ..., N$.

Upprepa från steg 1 så länge $\bar{x}$ är inom det tillåtna området (Svanberg och Engqvist 2007).

Kapitel 3

Metod

3.1 Matematisk modell

3.1.1 Allmänt

För att förenkla den matematiska modellen antas ett dygn vara 14,5 timmar (antalet timmar diskborstmaskinerna är igång per dygn). Fabriken är igång på vardagar vilket gör att en vecka antas vara fem dagar. Dessa antaganden gör att modellen ej behöver ta hänsyn till när fabriken är stängd. Med detta kan antagandet att alla händelser som påverkar tiden till leverans kan ske vilken timme som helst på dygnet göras. Antal timmar per vecka antas i modellen således vara $14,5 \cdot 5 = 72,5$ timmar.

Då ordrarna kommer från olika kunder som är oberoende mellan varandra, antas ordrarna följa en poissonprocess. Ordrarna för de olika produktgrupperna följer då också en poissionprocess eftersom en poissonprocess kan tunnas ut till flera poissonprocesser med lägre ankomstintensiter. Ankomstintensitet för en produktgrupps i ordrar defineras som λ_i. Där λ_i skattas med hjälp av den givna datan från Kronborsten genom att ta det totala antalet sålda pallar för hela året dividerat med det totala antalet timmar per år. Då fabriken har öppet alla veckor på året approximeras det totala antalet timmar per år till $52 \cdot 72,5 = 3770$ timmar. $\bar{\lambda} \in R^N$ betecknar en vektor med ankomstintensiteterna för de olika produktgrupperna som element.

Tiden att tillverka en pall av en produkt på en produktionslinje antas vara exponentialfördelad. Detta antagande är rimligt att göra då antalet operatörer inte är konstant på de olika produktionslinjerna under hela dygnet vilket påverkar produktionstiden. Produktionslinjerna stängs av kortare perioder vid vissa tillfällen, då operatören tar paus eller när en man ställer om produktionslinjen till en annan artikel inom samma produktgrupp. Produktionslinjerna har även en viss uppstartstid när de har varit avstängda. Givet detta kan produktionstiderna mellan två pallar antas vara oberoende och exponentialfördelade. Den genomsnittliga tiden för en pall av produktgrupp i, $\frac{1}{\mu_i}$, uppskattas med hjälp av given data från Kronborsten. Uppskattningen görs genom att ta Kronborstens uppskattade produktionskapacitet för en produktgrupp dividerat med det genomsnittliga antalet produkter per pall för denna produktgrupp, detta divideras sedan med antalet timmar på året.

Tiden till leverans antas bestå av två delar. En del som är lika lång för de olika produktgrupperna och som ej påverkas av att lagerfördelningen förändras. Detta skulle exempelvis kunna vara tiden det tar att köra en pall från lagret till lastkajen. Den andra delen är den del som påverkas av endast lagerfördelningen. Det är den tiden som går till spillo på grund av att det ej finns tillräckligt produkter i lagret. Det är denna tid som den matematiska modellen syftar till att modellera och optimeringsproblemet är att minimera denna. Detta gör att den optimala tiden till leverans inte kommer stämma överrens med den faktiska tiden till leverans. Den optimala lösningen påverkas inte av detta faktum, då tiden som inte tas till hänsyn av lösningen antas vara konstant, vilket gör att den beräknade optimala lösningen även är en optimal lösning till den totala tiden.

3.1.2 Produktionslinje

Varje produktgrupps produktionslinje kan med dessa antagen beskrivas som en födelse-döds-process med dödsintensiteten μ_i och födelseintensiteten λ_i. Nedan beskrivs en sådan process egenskaper. Då endast en produktionslinje betraktas i detta avsnitt är subskriptet i underförstått nedan.

De olika tillstånden s för processen kan beskrivas enligt:

s	Pallar på lager	Pallar i produktion	Pallar i kö
0	θ	0	0
1	$\theta - 1$	1	0
2	$\theta - 2$	1	1
...	...	...	...
θ	0	1	$\theta - 1$
$\theta + 1$	0	1	θ
...	...	...	...

Antag att $\lambda < \mu$ vilket är rimligt då Kronborsten har kapacitet för alla ordrar de tar emot. Födelse-döds-processen uppfyller då villkoren för att en stationär fördelning ska existera. Den stationära fördelningen ges då av (2.6):

$$\pi_k = \frac{\rho_k}{\sum_{i=0}^{\infty} \rho_i}$$

där $\rho_k = (\frac{\lambda}{\mu})^k$. Då intensiteterna är konstanta, ej beroende av processens tillstånd och uppfyller $|\frac{\lambda}{\mu}| < 1$ är nämnaren i uttrycket en geometrisk summa.

Uttrycket kan då skrivas om till:

$$\pi_k = \rho_k(1 - \frac{\lambda}{\mu}) \tag{3.1}$$

Då antagandet om stokastiska ordrar och tillverkningstider görs finns det inget deterministiskt värde till $\lim_{t\to\infty} w(t,\theta)$ (som är en del av målfunktionen). Men eftersom det finns en stationär fördelning kan den förväntade tiden till leverans $E[w(\theta)]$ då $t \to \infty$ betraktas istället.

Denna födelse-döds-process är nära besläktad med en $M/M/1$-kö men överenstämmer inte helt och hållet. Skillnaden som måste tas hänsyn till är att när $s < \theta$ är tiden till leverans (tiden i systemet) 0. I de andra fallen överrensstämmer den förväntade tiden i systemet med en $M/M/1$-kö. Den förväntande tiden i en $M/M/1$-kö är den förväntade tillverkningstiden för alla ordrar före i kön, samt den förväntade tiden för pallen som är i produktion vid ankomst. Tack vare egenskaper hos exponentialfördelningen är den förväntade tiden för pallen i produktion detsamma som om den inte hade börjat tillverkats än, det vill säga $\frac{1}{\mu}$. Detta tillsammans med att tillverkningstiderna är oberoende varandra gör att $E[w(\theta)|s]$ kan skrivas enligt:

$$E[w(\theta)|s] = \max(s - \theta + 1, 0)\frac{1}{\mu} \tag{3.2}$$

Där s är processens tillstånd vid den assymptotiska fördelningen. s är också stokastisk och uttrycket för $E[w(\theta)]$ är således

$$E[w(\theta)] = E[E[w(\theta)|s]] = E[\max(s - \theta + 1, 0)\frac{1}{\mu}] = \sum_{k=\theta}^{\infty} \pi_k \frac{k - \theta + 1}{\mu} \tag{3.3}$$

(3.1) i (3.3) ger:

$$E[w(\theta)] = \sum_{k=\theta}^{\infty} \rho_k(1 - \frac{\lambda}{\mu})\frac{k - \theta + 1}{\mu} = \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k(1 - \frac{\lambda}{\mu})\frac{k - \theta + 1}{\mu^{k+1}} \tag{3.4}$$

3.1.3 Produktgruppernas vikt i medelvärdet

Då målet är att minimera den genomsnittliga tiden till leverans måste produktgruppernas vikt $\bar{c}(t)$ vara en vektor som gör att tiderna viktas så att den genomsnittliga ordern vid tiden t minimeras.

Antagandet att ordrarna för de olika produkterna följer en poissionprocess med ankomstintensiteter λ_i gör att $\bar{c}(t)$ ej kan bestämmas deterministiskt för t. $\bar{c}$ måste istället ge den genomsnittliga ordern vid den asymptotiska fördelningen. Uttrycket för $\bar{c}$ är således

$$\bar{c} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N} \lambda_k}\bar{\lambda} \tag{3.5}$$

3.1.4 Modellspecifik problemformulering

Efter de antaganden som gjorts kan problemformuleringen omformuleras till följande:
Minimera:

$$f(\bar{\theta}) = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N} \lambda_k} \bar{\lambda} \cdot E[\bar{w}(\bar{\theta})] \tag{3.6}$$

Med avseende på:

$$g(\bar{\theta}) = \sum_{i=1}^{N} \theta_i \leq S \tag{3.7}$$

3.2 Lösningsmetod

Målfunktionen f och begränsningsfunktionen g är uppenbart separabla funktioner. f är även heltals-konvex då alla separerade funktioner uppfyller villkoret (2.12) vilket visas nedan.

$$\Delta E[w(\theta)] = E[w(\theta+1)] - E[w(\theta)] = \sum_{k=\theta+1}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{k-\theta}{\mu^{k+1}} - \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{k-\theta+1}{\mu^{k+1}} =$$

$$= \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{k-\theta}{\mu^{k+1}} - \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{k-\theta+1}{\mu^{k+1}} =$$

$$= \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{k-\theta}{\mu^{k+1}} - \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{k-\theta+1}{\mu^{k+1}} = -\sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{k+1}} \leq 0$$

$$\Delta^2 E[w(\theta)] = \Delta E[w(\theta+1)] - \Delta E[w(\theta)] =$$

$$= -\sum_{k=\theta+1}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{k+1}} + \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{k+1}} =$$

$$= -\sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{k+1}} + \lambda^\theta (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{\theta+1}} + \sum_{k=\theta}^{\infty} \lambda^k (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{k+1}} = \lambda^\theta (1-\frac{\lambda}{\mu}) \frac{1}{\mu^{\theta+1}} \geq 0$$

Detta gör att f uppfyller (2.13). Begränsningsfunktionen g är uppenbart strikt växande och heltals-konvex.

Tack vare dessa egenskaper kan den marginella allokeringsalgoritmen användas som lösningsmetod.

3.3 Insamling av data

Den data som ligger till grund för beräkningarna är givna av Kronborsten. Den består av två typer, försäljningshistorik samt tillverkningskapacitet.

Försäljningshistoriken kommer från Kronborstens affärssystem Jevees. Den innehåller antalet sålda produkter för alla produkter i de tre största produktgrupperna de senaste tolv månaderna.

Tillverkningskapaciteten är data som Kronborsten har prognositserat. Prognosen bygger i grunden på antalet tillverkade produkter föregående år. Men är justerad efter förändringar som gjorts som har påverkat produktionslinjerna.

3.4 Implementerad modell

Då den givna datan innehåller försäljningsdata för tre olika produktgrupper är $N = 3$. Då Kronborstens alla produkter ej tillhör dessa produktgrupper, kan S som färdigvarulagrets storlek ej användas. S måste därför representera antal pallplatser i färdigvarulagret som dessa tre produktgrupper max kan ta upp. Då Kronborsten ej har någon strategi för detta, beräknades den optimala lagerfördelningen för alla $S \in [0, 50]$.

Ankomstintensiteterna och tillverkningsintensiteterna för de olika produktgrupperna uppskattades enligt tidigare beskriven metod till:

- Diskborstar, $i = 1$, $\lambda_1 = 0.783741243$, $\mu_1 = 0.95829107$
- WC-Ställ, $i = 2$, $\lambda_2 = 0.543839464$, $\mu_2 = 2.013879688$
- Sopset, $i = 3$, $\lambda_3 = 0.738374506$, $\mu_3 = 2.815024312$

Då antagandet $\lambda_i < \mu_i$ för alla $i = 1, 2, 3$ stödjs av datan kan den föreslagna lösningsmetoden användas.

3.5 Mjukvara

De framräknade parameterarna matades in i ett MATLAB-skript som tagits fram i syfte att lösa detta specifika problem med den valda lösningsmetoden. Skriptet returnerar en tabell och ett stapeldiagram över den optimala fördelningen för $S \in [0, 50]$.

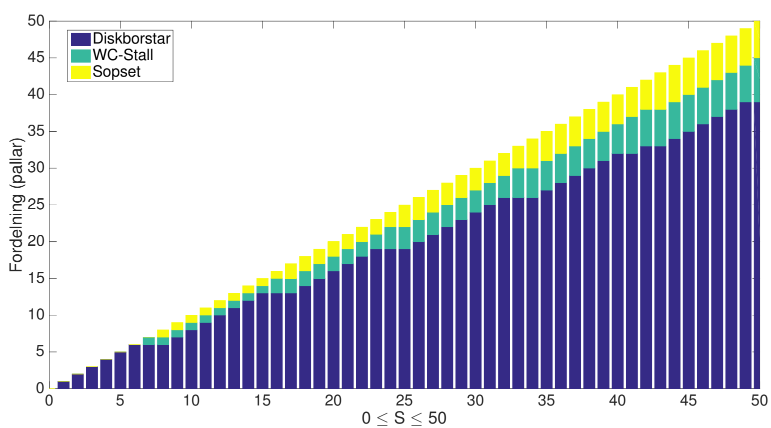
Kapitel 4

Resultat

Tabell 4.1 visar den optimala lagerfördelningen för ett antal utvalda värden på S. Figur (4.1) visar den optimala fördelningen för alla $S \in [0, 50]$.

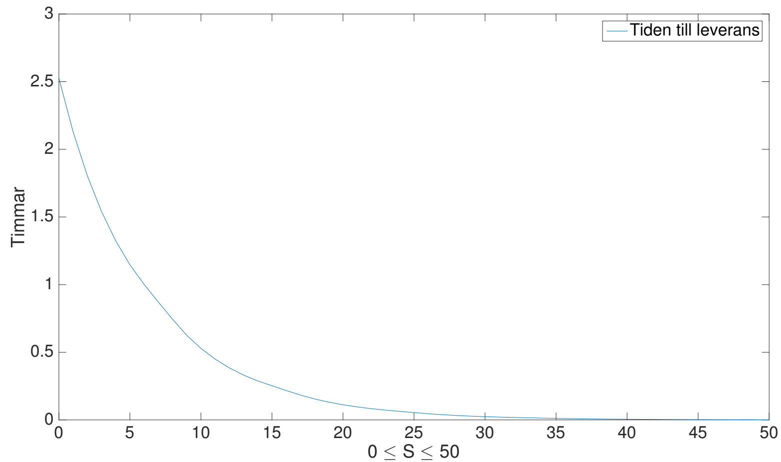
S	**1**	**5**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**
Diskborstar	1	5	8	16	24	32	39
WC-Ställ	0	0	1	2	3	4	6
Sopset	0	0	1	2	3	4	5

Tabell 4.1: Optimala lagerfördelningen för ett fåtal utvalda lagernivåer



Figur 4.1: Optimala lagerfördelningen

Figur (4.2) visar den förväntade genomsnittliga tiden till leverans då den optimala fördelningen används för alla $S \in [0, 50]$.



Figur 4.2: Förväntade tiden till leverans vid den optimala fördelningen

Kapitel 5

Diskussion

I detta kapitel diskuteras den matematiska modellen tillsammans med resultatet, vilka faktorer som kan ha påverkat och hur relevant resultatet är för Kronborsten.

5.1 Resultatet

Resultatet säger att Kronborsten ska ha diskborstpallar i majoritet på sitt färdigvarulager. Detta är rimligt då en stor del av ordrarna som ankommer avser diskborstar samtidigt som det tar relativt lång tid att tillverka en pall med diskborstar. I figur 4.2 minskar den förväntade tiden till leverans kraftigt över intervallet $S \in [0, 15]$, för att sedan plana ut och långsamt gå mot 0. När Kronborsten väljer hur många pallplatser de ska reservera till dessa tre produktgrupper borde de ha denna graf i bakhuvudet. De kan dock inte förlita sig helt och hållet på grafen då antagandet att en order endast innehåller en produkgrupp ej är realistiskt. Detta gör att för ett givet S kommer den verkliga tiden till leverans vara längre än vad grafen säger då de måste hålla den optimala lagerfördelningen inom produktgruppen också.

5.2 Allmänt

Då beräkningarna baserar sig på data som förändrar sig med tiden är den optimala fördelningen endast en optimal fördelning kortsiktigt. Då Kronborstens sortiment och kundernas beteende förändras kommer även den optimala fördelningen att förändras. Detsamma gäller om Kronborsten förändrar sin produktion. Därför borde Kronborsten endast använda den optimala fördelningen som presenteras i denna rapport kortsiktigt. De kan sedan återapplicera modellen på ny data i framtiden för att få en ny optimal lagermix som är mer relevant vid den tidpunkten.

5.3 Ordrar

Modellen förutsätter att en order innehåller exakt en pall av en produktgrupp. Detta överrensstämmer ej med verkligheten då en order kan innehålla fler än en pall och innehålla produkter ifrån olika produktgrupper. Det medför att tiden till leverans ej överrenstämmer med den verkliga tiden till leverans för en godtycklig order, då en order endast skickas när alla produkter som ordern avser är färdigtillverkade och finns på lagret. Modellens optimala fördelning till problemet borde trots detta tillkortakommande vara den sanna optimala fördelningen. Fördelningen minimerar tiden till leverans för en genomsnittlig pall, vilket därför också minimerar tiden till leverans för den genomsnittliga ordern förutsatt att Kronborsten har rätt lagermix mellan produkterna i produktgruppen.

5.4 Stokastisk

Modellen förutsätter att tiden mellan ordrar och tiden att producera en pall är exponentialfördelad. Detta är intuitivt en god approximation för ordrarna då kunderna antagligen är oberoende från varandra och Kronborsten har ett relativt stort antal kunder. Det samma kan ej sägas om tillverkningen. Om ytterligare tillverkningsdata funnits tillgänglig borde detta antagande utretts noggrannare.

5.5 Produktgrupper

Modellen begränsar sig egentligen inte till produktgrupper som den är tillämpad i denna rapport, utan kan användas till enskilda produkter också. Detta förutsätter att det alltid finns en tillgänglig produktionslije för varje produkt så att tillverkningsintensiteter kan uppskattas. På detta sätt skulle Kronborsten kunna få en mer detaljerad lösning som ger dem optimala fördelningen per produkt. De skulle då kunna använda ett framräknat θ_i från denna rapports beräkning som S i en ny, och beräkna ett $\bar{\theta}$ för alla produkter inom produktgruppen.

Anledningen till att denna modell tillämpades på produktgrupper snarare än enskilda produkter berodde på stor variation mellan månaderna hos produkternas försäljningshistorik. En del produkter säljer Kronborsten under andras varumärken som då endast en specifik kund kan köpa. Detta kunde ses i datan då vissa produkter hade sålts vid endast ett tillfälle under hela det senaste året. Modellen hade eventuellt gett en pallplats i lagermixen till dessa produkter. Detta skulle inte vara en sann optimal lösning då det antagligen går att förutspå bättre om man känner till vilken kund som vanligtvis köper sådana produkter och när de gjorde det senast. Detta talar emot att anta att en order på produktnivå följer en stokastiska process vilket modellen gör. För att tillämpa modellen på produktnivå skulle det krävas mer information och kunskap om de enskilda produkterna utöver ett års försäljningsdata.

Kapitel 6

Estimering av lagerkostnad

6.1 Inledning

I början av denna rapport har en lagerhållningsstrategi för Kronborsten tagits fram med hjälp av matematiska modeller. Resultatet visar den förväntade tiden till leverans vid olika lagernivåer. För att kunna ta ett strategibeslut gällande företagets lagerhållning krävs dels de framräknade resultatet men även kunskap om den ökade kapitalbindningen som ett större lager innebär. Med detta i grunden så kommer följande del att handla om teorin bakom lagerstyrning samt hur en beräkning av en schablonränta för lagret bör gå till, allt med stöd av forskning inom området.

6.2 Bakgrund

Kronborsten har tidigare fattat godtyckliga beslut inom lagerhållning utan stöd av matematiska strategier eller medvetenhet om den kostnad ett ökat lager innebär. Företaget har istället fattat beslut med rutin och erfarenhet som grund. Denna del av rapporten ska fungera som underlag när Kronborsten utvärderar sin nuvarande strategi för att se om den stämmer överens med forskning inom området. För att kunna fatta ett beslut utifrån det matematiska resultatet krävs det information om den ökade kostnaden som de olika lagernivåerna innebär. Aktuell forskning inom detta område kommer därför presenteras som en grund till en metod för uträkning av den schablonkostnad ökad lagerhållning innebär.

Många marknader har under de senaste decennierna blivit mer kundorienterade. Konkurrensen har hårdnat och företag har därmed ökat sin servicegrad för att differentiera sig inom aktuell marknad. I många fall har det lett till att företag lovar korta leveranstider vilket är löften som sällan går fullfölja utan stora lager och därmed höga lagerhållningskostnader. Konsekvenserna har inte alltid tagits i beaktande när beslut tagits och i vissa fall kan de få ödesdigra följder, exempelvis om en stor del av lagret blir inkurant och därmed osäljbart. Mycket kapital försvinner och företagets framtid äventyras då detta inträffar. I och med denna förändring har områden såsom materialadministration, lagerstyrning och lagerkostnad blivit mer aktuella och därmed finns det mycket forskning inom området.

6.2.1 Syfte

Syftet med detta kapitel är att, genom en casestudie, ta fram en lagerkostnadsmodell för Kronborsten som kan tillämpas på det tidigare matematiska resultatet för att få en ekonomisk aspekt då de tar ett beslut gällande sin lagerhållningsnivå.

6.2.2 Problemformulering

Problemformuleringen är således:

- Vad är kostnaden att öka lagervärdet för att nå en kortare förväntad tid till leverans?

6.3 Teori

Materialadministration (MA) definieras som de beslut och aktiviteter som medvetet görs för att påverka resultatet av MA-verksamheten, exempelvis inom driftsekonomi, service, varukapitalbindning och administrativa kostnader (Södahl 1984). Nordén (1989) är tämligen överens med Södahl (1984) och definierar MA som strategiska, taktiska och operativa styraktiviteter rörande materialflödesresurser. Nordén fortsätter med att definiera lagerstyrning som de operativa besluts-, beordrings- och styraktiviteter rörande lager. Lagerkostnad uttrycks ofta som en lagerhållningsränta i procent av varje artikels värde. Framtagningen av ett företags lagerränta sker sällan genom en matematisk modell med data om kostnaden. Istället tas den fram genom antingen kopiering av liknande företags lagerhållningsränta alternativt används den som en policyvariabel för att genomföra en förändring (Mattsson 2003).

För att enklare kunna förstå fortsättningen av teorin som i huvudsak fokuserar på lagerstyrning och lagerkostnad presenteras några definitioner om olika system och lagertyper. Nordén (1989) sammanfattar de såhär;

Oregelbundna system innebär materialflöden där exempelvis produktionen producerar mindre serier mot order eller legotillverkning mot korttidskontrakt. Det kan också vara större system av engångsprojekt, exempelvis broar och kraftverk.

Dessa system är situationsspecifika och därmed svåra att generalisera inom materialadministration. Rapporten kommer framöver att fokusera på den andra typen, kontinuerliga system, eftersom de är tillämpbara på Kronborstens lagerhållning. Ett kontinuerligt system kan vara rena lagersystem hos en grossist eller detaljist. Det väsentliga är att efterfrågan är jämn och därmed blir deras uppgift i huvudsak att samordna produkter från olika leverantörer. Även ett kombinerat produktions- och lagerstyrningssystem ses som kontinuerligt om de är höga flödesvolymer, produktionen är standardiserad och den sker kontinuerligt mot lagernivåer, det vill säga inte specifikt vid inkommen order.

6.3.1 Lagertyper

Nordén (1989) efinierar sedan de olika lagertyperna som finns inom ett företag:

Inköps-, process- och transportlager innefattar produkter i arbete (PIA), när produkter transporteras eller ligger i ett mellanlager inom produktionen.

Serietillverkningslager uppkommer då kvantiteten som produceras är större än aktuell orderstorlek. Detta används inom produktionsprocesser där ställkostnader är stora. Lagertypen bör användas då ställkostnaderna överstiger den lagerkostnad som serietillverkningslagret innebär.

Säkerhets- och buffertlager kan ha två olika syften. Antingen är lagret till för att säkra råvaru- och komponenttillgången då dessa anses vara osäkra. Det kan även fungera som en buffert i färdigvarulagret i de fall då efterfrågan är varierande och en eventuell varubrist skulle leda till en stor ekonomisk förlust. I båda fallen bör storleken av lagret bestämmas utifrån kostnaden för produktionsstopp respektive varubrist vid hög efterfrågan.

Säsongslager skapas för att optimera utnyttjandet av anställda och maskiner för varor där antingen tillgången eller efterfrågan är säsongsbetonad.

Spekulationslager innebär när man köper eller producerar en vara i förtid, detta för att man genom ett kalkylerat risktagande väntar sig bättre avkastning jämfört med att tillverka eller köpa in då det behövs.

Man kan också föreställa sig företagens lagerverksamhet som tre förenklade modeller, Råvaru-/komponentförråd, mellanlager samt färdigvarulager. Råvaru-/komponentförrådet innehåller varor som köps in till förädlingsprocessen av ett tillverkande företag. Mellanlager fungerar som internlager mellan olika produktionsprocesser, där PIA förvaras när ingen förädling sker. Färdigvarulager syftar på de lager där varor klara att säljas till kund förvaras.

6.3.2 Lagermodeller

Lagerverksamheter arbetar utifrån olika leveransmodeller. En leveransmodell kan ses som relationen mellan påfyllning och avtappning av lagervolym. Nordén

(1989) behandlar två stycken olika inköpsmodeller.

Enkel inköpsmodell gäller vid inköp av lagervaror, exempelvis råvaror, färdigvaror eller komponenter. Att lagerpåfyllningen sker snabbt i jämförelse med förbrukningen är signifikant. Detta innebär att modellen är bäst lämpar sig till grossist- eller detaljlager samt som ovan nämnt, råvarulager. Den andra modellen kallas successiv lagerpåfyllnad vilken är bäst lämpar sig då både påfyllnad och förbrukning sker successivt. Ett tydligt exempel på detta är ett mellanlager då in- och utleveranser sker via interna leveranser, som ofta sker mellan olika produktionsprocesser. Det finns även en tredje leveransmodell där lagerpåfyllningen sker successivt men utleveransen sker momentant. Detta kan exempelvis vara på ett exporterande tillverkningsföretag där transporten sker i stora kvantiteter med lastfartyg.

6.3.3 Lagerhållningsränta

Som ovan nämnt finns det tre olika metoder när ett företag ska bestämma sin lagerhållningsränta, kopiering av liknande företag, policybestämd lagerränta eller en matematisk modell där beräkningen baseras på de särkostnader som är förknippade med lagerhållning (Mattsson 2003). Mattsson fortsätter med att mer ingående förklara de sista två alternativen.

Policybestämd lagerhållningsränta används för att åstadkomma en förändring inom lagerkulturen på företaget. Sätts en hög lagerhållningsränta kommer de ansvariga vara tvungna att minska kapitalbindningen och därmed sänks lagernivåerna generellt. Lagerhållningsräntan fungerar då som en styrparameter men går inte att använda som ett mål för effektiviseringsinsatser. Kontexten av denna typ är att man accepterar större kostnader ifall det leder till sänkt kapitalbindning, snarare än effektivisering som gör att den faktiska lagerhållningsräntan minskar.

Beräknad lagerhållningsränta innebär istället att man underbygger framtagandet med de faktiska särkostnaderna som ett lager innebär. De kostnader som bör ingå i uträkningen kan kategoriseras som kapitalbindningskostnader, lagerhållningskostnader och riskkostnader. Uppskattningen av kapitalbindningskostnaden ska spegla alternativkostnaden som om det bundna kapitalet investerats på annat sätt. Det återspeglar förräntningskravet hos investerarna i företaget och kan därmed skilja mycket mellan olika företag.

Lagerhållningskostnader kan uppskattas på i synnerhet två olika sätt som grundar sig i hur företaget ställer sig till lagerhållning. Ifall frågan som ställs är om något lager ska hållas överhuvudtaget så bör uträknandet av lagerhållningsräntan innefatta kostnader för lokal, hyllor, ställage, transport och hanteringsutrustning, personal, inventering, lageradministration, databehandling och försäkringar. Om frågan istället behandlar mängden lager som ska hållas bör endast försäkringskostnad räknas som en särkostnad. Mattsson (2003) hävdar att några av de fasta kostnaderna såsom hanteringskostnad baserat på antal plock från lagret kan minska med ett större lager, detta då det förväntade antalet restnoteringar och kompletteringsplockningar minskar som följd. Riskkostnader är likt de tidigare två exemplen väldigt individuella för dels företag men i synnerhet beroende av marknaden som företaget verkar på. I huvudsak räknas här kostnaden för värdeminskning och inkurans av redan inköpta eller producerade varor. Kostnadens storlek beror på hur produkternas marknaden agerar. Ifall marknaden är snabb och innovativ (hög clock speed) kortas produkternas livscykel och risken för inkurans ökar. Efterfrågan kan vara exponerad mot exempelvis modeväxlingar vilket kan leda till inkurans alternativt värdeminskning av lagervaror.

Kaj Rosling (2001) uttrycker att en lagerränta som innefattar den förväntade kostnaden för lagerhållningen är essentiell för att uppnå en tillfredställande lagerhållningsstrategi.

6.3.4 Definition av Kronborstens lagerverksamhet

För att kunna definiera Kronborstens lagerverksamhet utifrån ovanstående teori har diskussioner förts med företagets ledning och följande slutsatser har dragits.

Kronborsten använder sig av tre typer av lager, råvarulager, mellanlager och färdigvarulager. Då rapportens matematiska resultat behandlar färdigvarulagret kommer uträkningen av schablonräntan endast behandla denna också. Denna ränta är den mest relevanta då Kronborsten endast fyller på sitt råvarulager två gånger per år. Då detta dessutom är en nödvändighet för deras verksamhet bör detta inte räknas som en särkostnad för ett ökande färdigvarulagret vid strategiska beslut. Mellanlager hålls endast under kortare perioder då produktionsprocessen genomgås under kort tid. Deras inköpsmodell kan liknas mest vid en succesiv lagerpåfyllnad då de både producerar och får in offerter på successiv basis. De har även ett kontinuerligt lagersystem vilket också antas framöver. I och med att Kronborsten vill hålla en hög servicegrad till sina kunder är ett färdigvarulager med dagens produktion ofrånkomligt och därför används den modell där endast särkostnaderna för den ökade lagerhållningen tas i beaktning. Beräkningen av lagerhållningsräntan kommer då att göras med följande formel:

$$\text{Lagerränta} = \text{Försäkringskostnad} + \text{Riskkostnad} + \text{Kapitalkostnad}$$

Dessa kostnader ska i formeln uttryckas i procent av lagervärdet.

Försäkringskostnaden uppskattar ledningen som linjär då lagret försäkrats till ett fast varuvärde och procentsatsen blir då ca 0,5%.

Marknaden som Kronborsten verkar på är enligt ledningen statisk och innovativa förändringar sker sällan. Kostnader som kan uppstå är ifall kunden vill förändra produktdesign eller förpackningsdesign. Ledningen uppskattar dock denna risk som väldigt låg då detta ofta sker med lång framförhållning. Avtalen med kunderna har långa uppsägningstider vilket minskar risken att en kund byter leverantör med kort varsel. Dock påpekar ledningen att ifall leveranstider eller kvalité är undermålig kan avtalet brytas. Ledningen uppskattar därför riskkostnaden till 1,5%.

Kronborsten har tidigare inte tänkt på den kapitalkostnad som högre kapitalbindning innebär. Därför har vi i samråd med ledningen kommit fram till att en relevant kapitalkostnad kan ses som den halverade historiska avkastningen på OMX30. Enligt Nasdaq är den genomsnittliga årliga avkastningen för OMX30 de senaste 25 åren ca 12%. Detta innebär att Kronborstens kapitalkostnad beräknas vara 6%.

Värdet av en pall för respektive produkt hämtas från Kronborstens affärssystem. Det givna värdet på en pall ur produktgrupperna som betraktades i matematikdelen är

$$V = \begin{bmatrix} Diskborstar \\ \text{WC-ställ} \\ Sopset \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6300 \\ 5371 \\ 4368 \end{bmatrix}$$

där V är värdet på en pall av respektive produktgrupp.

För att räkna ut den totala lagerhållningskostnaden samt marginalkostnaden definieras x, y och z som antalet pallar av diskborstar, WC-ställ respektive sop-set. Kostnaden, C, för en strategi innehållandes totalt S antal pallar blir då:

$$C(Q) = x \cdot V_1 + y \cdot V_2 + z \cdot V_3$$

där x, y och z kommer är den optimala fördelningen beräknat i matematikavsnittet (Tabell 4.1)

För att ta fram marginalkostnaden vid ett nytt beslut används följande formel där beteckningarna S_1 innebär den nuvarande strategin och S_2 den strategi som utvärderas. Marginalkostnaden (MC) ges då av:

$$MC = C(S_2) - C(S_1)$$

6.4 Resultat

Enligt ovanstående teori räknas lagerräntan (LR) fram enligt:

$$LR = 0,5\% + 1,5\% + 6\% = 8\%$$

Nedan redovisas en tabell där lagerräntan är tillämpad på de den optimala fördelningen som beräknades i matematikdelen av rapporten.

S	**x**	**y**	**z**	**C**	**MC**
1	1	0	0	504	504
5	5	0	0	2 520	2 016
10	8	1	1	4 811	2 291
20	16	2	2	9 622	4 811
30	24	3	3	14 433	4 811
40	32	4	4	19 244	4 811
50	39	6	5	23 981	4 737

Tabell 6.1: Konstellationen av pallar vid angivet S tillsammans med den maximala årliga kostnaden för varje nivå samt marginalkostnaden för ett strategiskt beslut att höja från nivån direkt under

6.5 Analys

Resultatet visar att den årliga särkostnaden för en ökning av lagret hos Kronborsten är låg. Företaget borde därför anpassa sig till sina kunders önskemål och försöka möta den önskade leveranstiden. Det förutsätter dock att det finns fritt kapital inom företaget som kan användas utan att deras likviditet riskeras.

En förutsättning för att resultatet ska fungera är att de strategiska beslut som tas behöver kunna genomföras utan någon utbyggnad av lokalyta, upprustning av hyllor och ställage eller andra kostnader som angavs i teoriavsnittet. Om så inte är fallet, borde kostnaderna för detta räknas med i särkostnaderna för det strategiska beslutet.

Kronborsten borde också göra en kostnadsuppskattning av det allmänna underhållet av lagerlokalen och hur det skulle förändras vid högre belastning. Ifall detta är en signifikant kostnad borde även det tas med i särkostnaden för ett strategiskt beslut.

Litteraturförteckning

Howard, M.T. och Samuel, K. 1998. *An Introduction to Stochastic Modeling*, 3. uppl. Academic Press

Enger, J. och Grandell, J. 2014. *Markovprocesser och köteori*, KTH Avd. Matematisk Statistik.

Norris, J.R. 1997. *Markov Chains* 1. uppl. Cambridge: Cambridge University Press.

Luenberger, D. G. och Ye, Y. 2008. *Linear and Nonlinear Programming*, 3. uppl. New York: Springer Science+Business Media

Griva, I., Nash, S. G. och Sofer A. 1999. *Linear and Nonlinear Optimization*, 2. uppl. Society for Industrial and Applied Mathematics

Svanberg, K. och Enqvist, P. 2007. *The Satellite - A marginal allocation approach*, Optimization and Systems Theory, KTH

Nordén, B. 1986. *Lager och lönsamhet*, IHM Läromedel AB

Södahl, L. Dubois, P och Lenerius, B 1984. *Kapitalrationalisering i varulagren*, Styrelsen för teknisk utveckling, STU

Mattsson, S-A. 2003. *Optimera totalkostnader eller manipulera kapitalbindning*, Bättre Produkivitet, nr 2

Rosling, K. 2001. *Inventory Cost Rate Functions with nonlinear shortage cost* , Department och industrial engineering, Växjö University

Mattsson, S-A. 2005. *Beräkning av medelkapitalbindning i lager*, Department of Industrial Management and Logistics, Lund University

Nasdaq OMX, `http://www.nasdaqomxnordic.com/indexes/historical_prices?Instrument=SE0000337842`, 2016-05-09

TRITA -MAT-K 2016:39
ISRN -KTH/MAT/K--16/39--SE